

Gymnasium St. Antonius Appenzell

Aufnahmeprüfung 2011
Arithmetik/Algebra

Zeit: 90 Minuten

Hilfsmittel: Lineal, Schreibzeug
Kein Taschenrechner

Name: Lösungen

Vorname:

Schule/Klasse:

Gesamtpunktzahl:

Note:

Korrektur:

Aufgabe 1 (7 Punkte)

- 2 a) Welche der Zahlen 11, 20, 21, 23, und 25 ist das arithmetische Mittel (Durchschnitt) der anderen Zahlen?

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 20 \\
 21 \\
 23 \\
 25 \\
 \hline
 100
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 1 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 1
 \end{array}$$

$$100 : 5 = \underline{\underline{20}} \quad 1$$

- 3 b) Bestimme von den beiden Zahlen 42 und 98:

$$\text{ggT} = 2 \cdot 7 = \underline{\underline{14}} \quad 1 \quad \begin{array}{l} 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \\ 98 = 2 \cdot 7 \cdot 7 \end{array}$$

$$\text{kgV} = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 = \underline{\underline{294}} \quad 1$$

$$\text{"ggV"} = \underline{\underline{\infty}} \quad \frac{1}{2}$$

$$\text{"kgT"} = \underline{\underline{1}} \quad \frac{1}{2}$$

- 2c) Wie gross ist die Summe aller Teiler der grössten zweistelligen Zahl, welche durch 4 teilbar ist?

$$96_{1/2} \quad T_{96} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96\}$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 8 + 12 + 16 + 24 + 32 + 48 + 96 =$$

$$\underline{\underline{252}} \quad 1/2$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Aus einem Tanklastwagen wird Heizöl in einen Öltank gefüllt.
Der Chauffeur kontrolliert den Vorgang von Zeit zu Zeit und hält die Einfülldauer und den Ölvorrat im Tankwagen in einem Protokoll fest:

Einfülldauer	Ölvorrat
10 min	13 300 l
15.5 min	9 395 l

a) Wie gross wird der Ölvorrat im Tanklastwagen nach insgesamt 20 Minuten noch sein?

b) Wie viel Öl war zu Beginn des Umpumpens im Tanklastwagen?

$$\begin{array}{r}
 15.5 \text{ min} \\
 - 10 \text{ min} \\
 \hline
 5.5 \text{ min} \\
 \hline
 1 \text{ min}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 13'300 \text{ l} \\
 - 9'395 \text{ l} \\
 \hline
 3'905 \text{ l} \\
 \hline
 710 \text{ l} \quad 1\frac{1}{2}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 13'300 \text{ l} - 10 \cdot 710 \text{ l} = \\
 13'300 \text{ l} - 7100 \text{ l} = \underline{\underline{6'200 \text{ l}}} \quad 1\frac{1}{2}
 \end{array}$$

Nach 20 min hat es noch 6'200 l im Tank.

$$\begin{array}{r}
 13'300 \text{ l} + 10 \cdot 710 \text{ l} = \\
 13'300 \text{ l} + 7100 \text{ l} = \underline{\underline{20'400 \text{ l}}} \quad 1
 \end{array}$$

Es hatte zu Beginn 20'400 l im Tank.

Aufgabe 3 (9 Punkte)

Berechne soweit wie möglich:

$$1\frac{1}{2} \text{ a) } \frac{4}{5} \cdot \frac{10}{16} - \frac{25-15}{45-15} \quad \frac{1 \cancel{4}}{1 \cancel{5}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{10}}}{\cancel{16} \cdot 2} = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$$

$$\frac{25-15}{45-15} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

$$1\frac{1}{2} \text{ b) } 4^3 - 3 \cdot 4^2 + 3 - 2^3$$

$$64 - 3 \cdot 16 + 3 - 8 = 64 - 48 + 3 - 8 = \underline{\underline{11}}$$

$$1\frac{1}{2} \text{ c) } \frac{1}{2 \cdot 2011} + \frac{1}{3 \cdot 2011} + \frac{1}{6 \cdot 2011}$$

$$\frac{3}{6 \cdot 2011} + \frac{2}{6 \cdot 2011} + \frac{1}{6 \cdot 2011} = \frac{6}{6 \cdot 2011} = \underline{\underline{\frac{1}{2011}}}$$

$$1\frac{1}{2} \text{ d) } 0.2^2 \cdot 2(0.2 + 0.2) - (2 : 0.2 - 20 : 2) = 0.2^2 = 0.04 \quad \frac{0.04 \cdot 0.8}{0.032}$$

$$0.04 \cdot 0.8 - (10 - 10) = 2 \cdot 0.4 = 0.8$$

$$0.032 - 0 = 2 : 0.2 = 10$$

$$\underline{\underline{0.032}}$$

$$1\frac{1}{2} \text{ e) } \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{5}}{\cancel{27} \cdot \cancel{35} \cdot \cancel{48} \cdot \cancel{9}} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 1}{3 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1} = \underline{\underline{\frac{2}{21}}}$$

$$1\frac{1}{2} \text{ f) } \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{6}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{8}} = \frac{\frac{3}{12} + \frac{2}{12}}{\frac{4}{8} - \frac{1}{8}} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{3}{8}} = \frac{5}{12} \cdot \frac{8}{3} = \underline{\underline{\frac{10}{9}}}$$

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Der Boden und die Wände eines Schwimmbassins sollen mit quadratischen Platten ausgelegt werden. Das Bassin hat eine Länge von 12.16m, eine Breite von 5.44m und eine Tiefe von 2.56m.

a) Bestimme die grösstmögliche Seitenlänge der Platten.

$$\text{ggT}(1216, 544, 256) = 2^5 = \underline{\underline{32}} \text{ m}$$

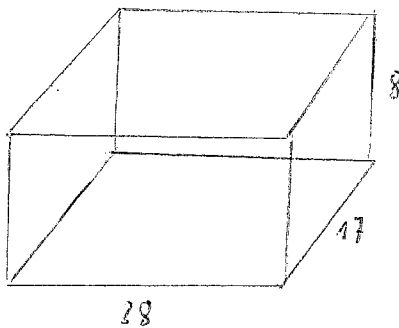
$$\begin{array}{l} 1216 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 19 \\ 544 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 17 \\ 256 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 \\ 1 \\ 1 \end{array}$$

Die Seitenlänge der Platten beträgt 32 m.

b) Wie viele solcher Platten braucht es?

(Wenn du bei der Teilaufgabe a) keine Lösung erhalten hast, verwende für die Teilaufgabe b) $s = 0$ m.)

$$\begin{array}{l} 1216 : 32 = 38 \text{ (76) Boden} : 38 \cdot 17 = 646 \quad 1 \\ 544 : 32 = 17 \text{ (34) Wand} : 2 \cdot 38 \cdot 8 = 608 \quad 1 \\ 256 : 32 = 8 \text{ (16) vorne hintere} \\ \text{Wand} : 2 \cdot 17 \cdot 8 = 272 \quad 1 \\ \text{rechts links} \end{array}$$



$$\underline{\underline{1526 \text{ Platte}}}$$

Es braucht für den gesamten Pool 1526 Platten.

$$\begin{array}{r} 76 \cdot 30 = 2584 \\ 2 \cdot 76 \cdot 16 = 2432 \\ 2 \cdot 34 \cdot 16 = 1088 \\ 6104 \end{array}$$

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Ungleichungen:

$$G = \mathbb{Q}$$

a) $3(6x - 2) + 2(1 - 5x) \leq 3(2x - 3) + 10$

$$18x - 6 + 2 - 10x \leq 6x - 9 + 10 \quad 1$$

$$8x - 4 \leq 6x + 1 \quad | -6x$$

$$2x - 4 \leq 1 \quad | +4$$

$$2x \leq 5 \quad | :2$$

$$x \leq \frac{5}{2} \quad 1$$

$$\underline{\underline{L = \left\{ x \mid x \leq \frac{5}{2} \right\}}} \quad \frac{1}{2}$$

b) $2x(3x - 1) - 3x(2x - 1) \leq 3x - 2(x - 1)$

$$6x^2 - 2x - 6x^2 + 3x \leq 3x - 2x + 2 \quad 1$$

$$x \leq x + 2 \quad | -x$$

$$0 \leq 2 \quad 1$$

$$\underline{\underline{L = \mathbb{Q}}} \quad \frac{1}{2}$$

Aufgabe 6 (10 Punkte)

Setze x ein und vereinfache soweit wie möglich:

	x	3x	x ²	x(x+1)
a)	$\frac{1}{2}$	$3 \cdot \frac{1}{2} =$ $\underline{\underline{\frac{3}{2}}}$ $\frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$ $\underline{\underline{\frac{1}{4}}}$ $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1\right) =$ $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} =$ $\underline{\underline{\frac{3}{4}}}$ 1
b)	a^3	$3 \cdot a^3 =$ $\underline{\underline{3a^3}}$ $\frac{1}{2}$	$(a^3)^2 = a^3 \cdot a^3 =$ $\underline{\underline{a^6}}$ $\frac{1}{2}$	$a^3 (a^3 + 1) =$ $\underline{\underline{a^6 + a^3}}$ 1
c)	$a+b$	$3(a+b) =$ $\underline{\underline{3a + 3b}}$ $\frac{1}{2}$	$(a+b)^2 =$ $\underline{\underline{a^2 + 2ab + b^2}}$ 1	$(a+b)(a+b+1) =$ $a^2 + ab + a + ab + b^2 + b$ $= \underline{\underline{a^2 + 2ab + a + b^2 + b}}$ $1\frac{1}{2}$
d)	$a^2 - 2$	$3(a^2 - 2) =$ $\underline{\underline{3a^2 - 6}}$ $\frac{1}{2}$	$(a^2 - 2)^2 =$ $\underline{\underline{a^4 - 4a^2 + 4}}$ 1	$(a^2 - 2)(a^2 - 2 + 1) =$ $(a^2 - 2)(a^2 - 1) =$ $a^4 - a^2 - 2a^2 + 2 =$ $\underline{\underline{a^4 - 3a^2 + 2}}$ $1\frac{1}{2}$

Aufgabe 7 (7 Punkte)

- a) Für eine Abendveranstaltung müssen transportable Kassen mit Wechselgeld bereitgestellt werden. Jede Kasse enthält 73 Geldscheine, welche einen Wert von 2700.- haben. 17 davon sind Zwanzigernoten der Rest Zehner- und Fünfigernoten.

Bestimme mit Hilfe einer Gleichung, wie ein solcher Kassenstock zusammengestellt ist.

x : Anzahl 10€-Noten

	10€	20€	50€	Gesamt	
Anzahl	x	17	$(56 - x)$	73	1
Wert	$10x$	$17 \cdot 20 = 340$	$(56 - x) \cdot 50 =$ $2800 - 50x$	2700	1
$10x + 340 + 2800 - 50x = 2700$					1
$3140 - 40x = 2700$					$1 + 40x, -2700$
$440 = 40x$					$56 - 11 = 45$
$11 = x$					\textcircled{B}

- b) Am Stadtmarathon haben in diesem Jahr 2009 Läufer teilgenommen. Die Zahl derjenigen, die Karla dabei besiegen konnte ist dreimal so gross wie die Zahl der Läufer, die besser als Karla waren.

Welchen Platz hat Karla belegt?

x : Teilnehmer, welche vor Karla ins Ziel kamen

vor Karla x

nach Karla $3x$

$$\begin{aligned}
 x + 3x + 1 &= 2009 && 1 \\
 4x &= 2008 && \\
 \underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{502}} && 1
 \end{aligned}$$

Karla hat den 503. Rang belegt.

- \textcircled{B} Ein Kassenstock besteht aus 11 Zehner-, 17 Zwanziger- und 45 Fünfigernoten.

Aufgabe 8 (5 Punkte)

- a) Angenommen die kleinste Primzahl sei ein "A", die zweitkleinste ein "B" und so weiter.

Welche Zahl heisst übersetzt das Wort FACH.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	
2	3	5	7	11	13	17	19		$1\frac{1}{2}$

	F	A	C	H					
	13	2	5	19					1

- b) In der Gleichung $(D \cdot R \cdot E \cdot I) \cdot (V \cdot I \cdot E \cdot R) = Z \cdot W \cdot O \cdot E \cdot L \cdot F$ steht jeder Buchstabe für eine einstellige Zahl. Gleich Buchstaben bedeuten gleiche Zahlen und verschiedene Buchstaben bedeuten verschiedene Zahlen.

Wie viele verschiedene Werte kann das Produkt $Z \cdot W \cdot E \cdot I$ haben?

D	R	E	I	·	V	I	E	R	=	Z	W	O	E	L	F
1	2	3	4		5	/	/	/		6	7	8	/	9	10

10 verschiedene Buchstaben \rightarrow Zahlen 0-9 1

$$0 \cdot x = 0$$

0 muss links und rechts vorkommen

$$\rightarrow E = 0$$

$$Z \cdot W \cdot E \cdot I = Z \cdot W \cdot 0 \cdot I = \underline{\underline{0}}$$

Es ist nur ein Wert möglich, nämlich 0. $\frac{1}{2}$