



GYMNASIUM
ST. ANTONIUS
APPENZELL

Aufnahmeprüfung 2024 Arithmetik/Algebra

Zeit: 90 Minuten

Hilfsmittel: Lineal, Schreibzeug
Kein Taschenrechner

Name: **Lösungen**

Vorname:

Schule/Klasse:

Gesamtpunktzahl:

Note:

Korrektur:

Einleitung (Algebra)

- Die Aufgaben dürfen in beliebiger Reihenfolge gelöst werden.
- Bei jeder Aufgabe steht unmittelbar nach der Aufgabenstellung ausreichend Platz für die gesamte Lösung zur Verfügung.
- Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein.
- Alle Ausrechnungen müssen bei der Lösung / Herleitung der entsprechenden Aufgabe stehen (kein Sudelblatt!).
- Endlösungen müssen doppelt unterstrichen werden.
- Bei Textaufgaben wird ein Lösungssatz erwartet.

Punkte:

Aufgabe 1 : _____ / 6

Aufgabe 2 : _____ / 7

Aufgabe 3 : _____ / 11

Aufgabe 4 : _____ / 8

Aufgabe 5 : _____ / 6

Aufgabe 6 : _____ / 8

Aufgabe 7 : _____ / 4

Aufgabe 8 : _____ / 5

Total: _____ / 55

Aufgabe 1 (6 Punkte)

- 2 a) Der Halleysche Komet erscheint in regelmässigen Abständen bei uns am Himmel. Er war 1834 zu sehen und wird wieder im Jahre 2062 zusehen sein. Dazwischen war er noch zweimal zu sehen.

Wann war der Komet zwischen 1834 und 2062 noch sichtbar?

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c}
 \text{1834} \quad \text{2062} \\
 \hline
 2062 - 1834 \\
 \hline
 228
 \end{array}
 \quad
 228 : 3 = 76 \frac{1}{2} \\
 \\
 1834 + 76 = \underline{\underline{1910 \frac{1}{2}}} \\
 \\
 1910 + 76 = \underline{\underline{1986 \frac{1}{2}}}
 \end{array}$$

Der Komet war in den Jahren 1910 und 1986 noch sichtbar.

- 2 b) Beim Biathlon benötigt eine Läuferin für den gesamten Wettkampf 1 Stunde und 20 Sekunden. Der Wettkampf besteht aus Langlaufen und Schiessen. Für jeden der 10 Schüsse benötigt sie durchschnittlich 10 Sekunden. Zusätzlich muss sie noch zwei Strafrunden absolvieren, die je 35 Sekunden dauern.

Wie lange hat die Läuferin für die reine Laufstrecke benötigt?

$$\begin{array}{r}
 10 \cdot 10 \text{ s} = 100 \text{ s} \\
 2 \cdot 35 \text{ s} = 70 \text{ s} \\
 \hline
 170 \text{ s} = 2 \text{ min } 50 \text{ s } 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1 \text{ h} \quad 20 \text{ s} \\
 - \quad 2 \text{ min } 50 \text{ s} \\
 \hline
 57 \text{ min } 30 \text{ s } 1
 \end{array}$$

Für Laufstrecke benötigt die Läuferin $57 \frac{1}{2}$ Minuten.

- 2 c) Ein Tennisspiel begann in Melbourne (Australien) pünktlich um 16.20 Uhr ostaustralischer Zeit. Das Spiel wird im Fernsehen übertragen und endet nach mitteleuropäischer Zeit um 10.10 Uhr. Die Uhren in Melbourne gehen gegenüber den Uhren in Mitteleuropa um 9 Stunden vor.

Wie lange dauerte das Spiel?

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c}
 \text{Australien} \quad 16.20 \text{ Uhr} \\
 19.10 \text{ Uhr}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \text{Europa} \quad 7.20 \text{ Uhr} \\
 10.10 \text{ Uhr} \\
 \hline
 2 \text{ h } 50 \text{ min } 1
 \end{array}
 \end{array}$$

Das Spiel dauerte 2h 50 min.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Berechne:

3 a) $13 \cdot 14 + 144 : 12 - (362 - 247) : 5 + 91 : 7 + (26 + 87)$

$$\begin{array}{r} 182 + 12 - 23 + 13 + 26 + 87 \\ 194 \quad \quad - 10 \quad \quad + 26 + 87 \\ \quad \quad 210 \quad \quad + 87 = \underline{\underline{297}} \end{array}$$

2 b) $8 + (-4) \cdot 8 - 8 : (-4) + (-4)$

$$\begin{array}{r} 8 + (-32) - (-2) + (-4) = \\ 8 - 32 + 2 - 4 = \underline{\underline{-26}} \end{array}$$

2 c) $2^4 \cdot (-1)^7 + (-3)^2 \cdot 2^2$

$$\begin{array}{r} 16 \cdot (-1) + 9 \cdot 4 = \\ -16 + 36 = \underline{\underline{20}} \end{array}$$

Aufgabe 3 (11 Punkte)

Vereinfache folgende Terme so weit wie möglich:

$$1 \quad \text{a) } 4x^3 - x^3 - x^3 = \underline{\underline{2x^3}}$$

$$1 \quad \text{b) } x \cdot x \cdot x + x \cdot x \cdot x = x^3 + x^3 = \underline{\underline{2x^3}}$$

$$1 \quad \text{c) } 2x^6 - x - x - x = \underline{\underline{2x^6 - 3x}}$$

$$1 \quad \text{d) } 16x^8 : 8x^5 = \frac{2 \cancel{16} x^{\cancel{8} 3}}{\cancel{8} x^{\cancel{5} 0}} = \underline{\underline{2x^3}}$$

$$1 \quad \text{e) } 7k \cdot (4 + kv) = \underline{\underline{28k + 7k^2v}}$$

$$1 \frac{1}{2} \quad \text{f) } \frac{-33k + 13k}{-11k + k} = \frac{-20k}{-10k} = \underline{\underline{2}}$$

$$1 \frac{1}{2} \quad \text{g) } 3k^3 \cdot (3k)^3 \cdot (k^3)^2 = 3k^3 \cdot 27k^3 \cdot k^6 = \underline{\underline{81k^{12}}}$$

$$1 \frac{1}{2} \quad \text{h) } \frac{k^{\cancel{3} 4} \cdot \cancel{4} k^{\cancel{3} 4}}{\cancel{4} k \cdot k} = \frac{k^6}{1} = \underline{\underline{k^6}}$$

$$1 \frac{1}{2} \quad \text{i) } \left(\frac{1}{2}kv\right)^4 = \frac{1}{16} k^4 v^4 = \underline{\underline{\frac{1}{16} k^4 v^4}}}$$

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Gegeben: $a = 24$
 $b = 48$
 $c = 52$

Bestimme:

- 1 a) Den Mittelwert (Durchschnitt) von a, b, und c

$$24 + 48 + 52 = 124 \quad \frac{124}{3} = \underline{\underline{41\frac{1}{3}}}$$

- 1 b) Die Primfaktorzerlegung von b

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

- 1½ c) Die Teilermenge von a

$$T_{24} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

- 2 d) Das kgV (a, b, c)

$$a = 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$b = 48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$c = 52 = 2 \cdot 2 \cdot 13$$

$$\text{kgV: } 2^4 \cdot 3 \cdot 13 = \underline{\underline{624}}$$

- 1 e) Den ggT (a, b, c)

$$\text{ggT: } 2 \cdot 2 = \underline{\underline{4}}$$

- 1½ f) Das Produkt der Differenz von a und b und des Quotienten von b und c

$$(24 - 48) \cdot \frac{48}{52} = -24 \cdot \frac{12}{13} = \underline{\underline{-\frac{288}{13}}}$$

Aufgabe 5 (6 Punkte)

- 3 a) Die Ladung eines mit Kies gefüllten Transportwagens der SBB wird auf drei Lastwagen umgeladen. Der erste Wagen übernimmt $\frac{3}{10}$ der Ladung, der zweite $\frac{2}{7}$ der Ladung und der dritte mit 5.8 Tonnen Kies der Rest der Ladung.

Wie viele Tonnen Kies wurden insgesamt umgeladen?

$$\frac{3}{10} + \frac{2}{7} = \frac{21}{70} + \frac{20}{70} = \frac{41}{70}$$

$$\frac{70}{70} - \frac{41}{70} = \frac{29}{70} \quad \frac{29}{70} \stackrel{?}{=} 5.8 \quad \dagger$$

$$\text{Es wurden } 14 \dagger \quad \frac{1}{70} \stackrel{?}{=} 0.2 \quad \dagger$$

$$\text{Kies umgeladen.} \quad \frac{70}{70} \stackrel{?}{=} \underline{\underline{14 \dagger}}$$

- 3 b) Bei einem alleinstehenden Apfelbaum sei die gesamte Blattoberfläche 315 m^2 gross und jedes Blatt habe eine Fläche von 70 cm^2 . Im Herbst fallen diesem Apfelbaum jede Stunde 75 Blätter ab, Tag und Nacht.

Nach wie vielen Tagen sind alle Blätter von diesem Apfelbaum abgefallen?

$$\begin{array}{l} \text{Fläche pro Tag : } 24 \cdot 75 \cdot 70 \text{ cm}^2 = \\ 1800 \cdot 70 \text{ cm}^2 = \\ \frac{70 \cdot 1800}{126'000} \quad 126'000 \text{ cm}^2 \end{array}$$

$$315 \text{ m}^2 = 3'150'000 \text{ cm}^2$$

$$\frac{3'150'000 \text{ cm}^2}{126'000 \text{ cm}^2} = \underline{\underline{25}} \quad \frac{3'150'000 \text{ cm}^2}{70 \text{ cm}^2} = 45'000 \text{ Blätter}$$

Nach 25 Tagen sind alle Blätter abgefallen.

Aufgabe 6 (8 Punkte)

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

Grundmenge G = Menge der rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$

a) $20x + 126 = 13x + 273$ $\quad | -13x, -126$
 $7x = 147$ $\quad | :7$
 $x = 21$

$$L = \{21\}$$

b) $-\frac{1}{2}x = 3$ $\quad | \cdot (-2)$
 $x = -6$

$$L = \{-6\}$$

c) $3x - 10 = x$ $\quad | +10, -x$
 $2x = 10$ $\quad | :2$
 $x = 5$

$$L = \{5\}$$

d) $3x = 2x$ $\quad | -2x$
 $x = 0$

$$L = \{0\}$$

e) $2x - \frac{1}{5} = \frac{1}{3}$ $\quad | +\frac{1}{5}$ $2x = \frac{8}{15}$ $\quad | :2$
 $2x = \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ $x = \frac{4}{15}$
 $2x = \frac{5}{15} + \frac{3}{15}$

$$L = \{\frac{4}{15}\}$$

f) $4x^2 = 4$ $\quad | :4$
 $x^2 = 1$

$$L = \{-1, 1\}$$

g) $1 - 2x = -2(x+2)$
 $1 - 2x = -2x - 4$ $\quad | +2x$
 $1 = -4$

$$L = \{\}$$

h) $\frac{x}{x} = 1$

$$L = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$$

Aufgabe 7 (4 Punkte)

Auf einer Baustelle muss ein grosser Erdhaufen abtransportiert werden. Mit einem Lastwagen vom Typ A braucht man dazu 15 Fahrten.

- $1\frac{1}{2}$ a) Eine Fahrt mit dem Lastwagen vom Typ A dauert 25 Minuten.
Wie viele Stunden und Minuten dauert der gesamte Abtransport?

$$\begin{aligned} 15 \cdot 25 &= 375 \text{ Minuten} \\ &= \underline{\underline{6 \text{ h } 15 \text{ min}}} \end{aligned}$$

Der Abtransport dauert 6 Stunden 15 Minuten.

- $2\frac{1}{2}$ b) Ein Lastwagen vom Typ B kann das Anderthalbfache laden von einem Lastwagen vom Typ A.
Wie lange der Abtransport, wenn beide Lastwagen gleichzeitig für den Abtransport besorgt sind?

Typ A	1 Ladung
Typ B	1.5 Ladungen
Zusammen	2.5 Ladungen

$$\frac{15}{2.5} = 6 \text{ Fahrten}$$

$$\begin{aligned} 6 \cdot 25 \text{ Minuten} &= 150 \text{ Minuten} \\ &= \underline{\underline{2 \text{ Stunden } 30 \text{ Minuten}}} \end{aligned}$$

Mit beiden Lastwagen gleichzeitig dauert der Abtransport $2\frac{1}{2}$ Stunden.

Aufgabe 8 (5 Punkte)

Die drei positiven Zahlen a , b , und c haben die Eigenschaft $a > b > c$.

Wie gross sind die Werte der Terme im Vergleich zu 0?

Kreuze das richtige Feld an.

	> 0	$= 0$	< 0
a) $a + b - c$	☒	☐	☐
b) $a^2 - b^2$	☒	☐	☐
c) $(c - a)(b - c)$	☐	☐	☒
d) $a^2 - a(2b + a)$	☐	☐	☒
e) $b(a - c) + a(c - b) - c(a - b)$	☐	☒	☐